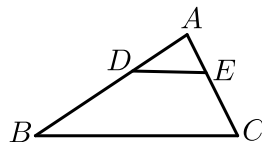


相似三角形的基本模型（一）（练习）

一、A字型

1. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ， $\frac{AD}{DB} = \frac{1}{2}$ ， $DE = 4$ ，则 BC 的长是（ ）。



A. 8

B. 10

C. 11

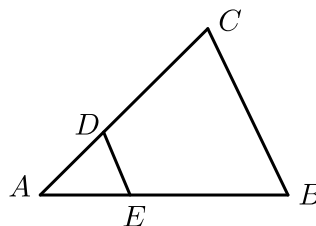
D. 12

【答案】 D

【解析】 $\because \frac{AD}{DB} = \frac{1}{2}$ ，
 $\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}$ ，
 $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ，
 $\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}$ ，
 $\because DE = 4$ ，
 $\therefore BC = 3DE = 12$ 。
故选：D。

【标注】 【知识点】 相似A字型

2. 在 $\triangle ABC$ ， $DE \parallel BC$ ， $BD = 2AD$ ， $\triangle ADE$ 的面积为2，则四边形 $DBCE$ 的面积为（ ）。



A. 8

B. 12

C. 16

D. 18

【答案】 C

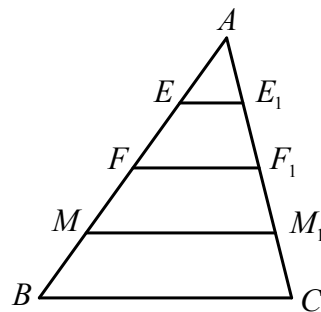
【解析】 $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ，
 $\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，

$\therefore DB = 2AD$,
 $\therefore AD : AB = 1 : 3$,
 $\therefore S_{\triangle ADE} : S_{\triangle ABC} = 1 : 9$,
 $\therefore S_{\triangle ADE} = 2$,
 $\therefore S_{\triangle ABC} = 18$,
 $\therefore S_{\text{四边形}DBCE} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ADE} = 18 - 2 = 16$.
 故选C .

【标注】【知识点】相似三角形的性质与判定综合

3. 如图, $EE_1 // FF_1 // MM_1 // BC$, 若 $AE = EF = FM = MB$, 则

$S_{\triangle AEE_1} : S_{\text{四边形}EE_1F_1F} : S_{\text{四边形}FF_1M_1M} : S_{\text{四边形}MM_1CB} = \underline{\hspace{2cm}}$.

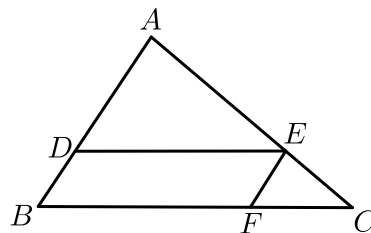


【答案】 $1 : 3 : 5 : 7$

【解析】 由题意知, $S_{\triangle AEE_1} : S_{\triangle AFF_1} : S_{\triangle AMM_1} : S_{\triangle ABC} = 1 : 4 : 9 : 16$,
 $\therefore S_{\triangle AEE_1} : S_{\text{四边形}EE_1F_1F} : S_{\text{四边形}FF_1M_1M} : S_{\text{四边形}MM_1CB} = 1 : 3 : 5 : 7$.

【标注】【知识点】相似A字型

4. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $DE // BC$, $EF // AB$, $AE = 2CE$, $AB = 6$, $BC = 9$. 求:



- (1) 求 BF 和 BD 的长度 .
- (2) 四边形 $BDEF$ 的周长 .

【答案】 (1) $6 ; 2$.

(2) 16 .

【解析】(1) $\because DE \parallel BC, EF \parallel AB,$

$$\therefore \frac{CE}{AC} = \frac{EF}{AB}, \text{ 解得 } EF = 2, \frac{AE}{AC} = \frac{BF}{BC}, \text{ 解得 } BF = 6,$$

易证四边形 $BDEF$ 为平行四边形 .

$$BF = 6, BD = EF = 2 .$$

故答案为 : 6 ; 2 .

(2) 由(1)知 , 四边形 $BDEF$ 是平行四边形 ,

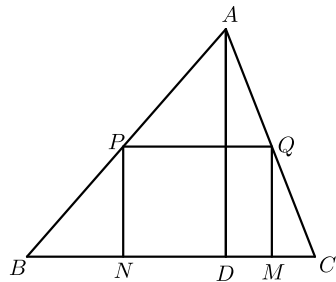
$$\therefore BD = EF = 2, DE = BF = 6 ,$$

$$\therefore \text{ 四边形 } BDEF \text{ 的周长 } 2 \times (2 + 6) = 16 .$$

故答案为 : 16 .

【标注】【知识点】相似A字型

5. 一块材料的形状是锐角三角形 ABC , 边 $BC = 12 \text{ cm}$, 高 $AD = 8 \text{ cm}$, 把它加工成矩形零件如图 , 要使矩形的一边在 BC 上 , 其余两个顶点分别在 AB, AC 上 . 且矩形的长与宽的比为 $3 : 2$, 求这个矩形零件的边长 .



【答案】矩形的长为 6 cm , 宽为 4 cm ; 或长为 $\frac{72}{13} \text{ cm}$, 宽为 $\frac{48}{13} \text{ cm}$.

【解析】如图所示 :

$\because$ 四边形 $PQMN$ 是矩形 ,

$$\therefore BC \parallel PQ ,$$

$$\therefore \triangle APQ \sim \triangle ABC ,$$

$$\therefore \frac{PQ}{BC} = \frac{AH}{AD} ,$$

由于矩形长与宽的比为 $3 : 2$,

$\therefore$ 分两种情况 :

① 若 PQ 为长 , PN 为宽 ,

$$\text{ 设 } PQ = 3k, PN = 2k ,$$

$$\text{则 } \frac{3k}{12} = \frac{8-2k}{8},$$

$$\text{解得: } k = 2,$$

$$\therefore PQ = 6 \text{ cm}, PN = 4 \text{ cm};$$

② PN 为 6, PQ 为宽,

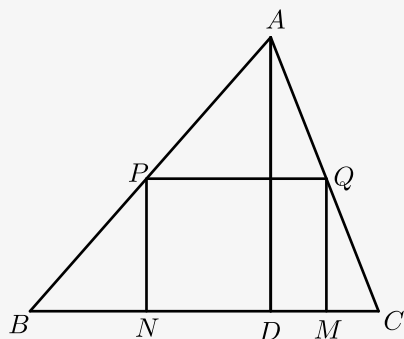
$$\text{设 } PN = 3k, PQ = 2k,$$

$$\text{则 } \frac{2k}{12} = \frac{8-3k}{8},$$

$$\text{解得: } k = \frac{24}{13},$$

$$\therefore PN = \frac{72}{13} \text{ cm}, PQ = \frac{48}{13} \text{ cm};$$

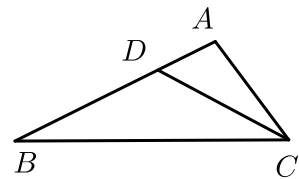
综上所述: 矩形的长为 6 cm, 宽为 4 cm; 或长为 $\frac{72}{13}$ cm, 宽为 $\frac{48}{13}$ cm.



【标注】【知识点】相似A字型

二、子母型

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是 AB 边上的一点, 若 $\angle ACD = \angle B$, $AD = 1$, $AC = 2$, $\triangle ADC$ 的面积为 3, 则 $\triangle BCD$ 的面积为 () .



A. 12

B. 9

C. 6

D. 3

【答案】B

【解析】 $\because \angle ACD = \angle B$, $\angle CAD = \angle BAC$,

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ACD}} = \left(\frac{AC}{AD} \right)^2 = 4.$$

$$\therefore S_{ACD} = 3 ,$$

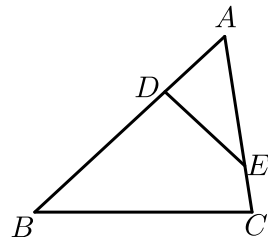
$$\therefore S_{\triangle ABC} = 4 \cdot S_{\triangle ACD} = 12 ,$$

$$\therefore S_{\triangle BCD} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ACD} = 9 .$$

故选B .

【标注】【知识点】相似三角形的判定-两角对应相等

7. 如图, $\triangle ABC \sim \triangle AED$, $\angle ADE = 80^\circ$, $\angle A = 60^\circ$, 则 $\angle C$ 等于 () .



A. 40°

B. 60°

C. 80°

D. 100°

【答案】 C

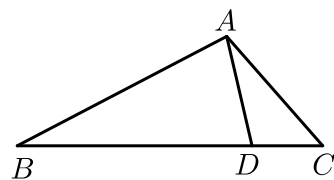
【解析】 $\because \triangle ABC \sim \triangle AED$,

$$\therefore \angle C = \angle ADE = 80^\circ ,$$

故选C .

【标注】【知识点】相似三角形的性质

8. 如图, D 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上一点, $AB = 4$, $AD = 2$, $\angle DAC = \angle B$. 若 $\triangle ABD$ 的面积为 a , 则 $\triangle ACD$ 的面积为 () .



A. $\frac{1}{3}a$

B. $\frac{1}{2}a$

C. $\frac{2}{3}a$

D. a

【答案】 A

【解析】 $\because \angle DAC = \angle B$, $\angle C = \angle C$,

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle BCA ,$$

$$\because AB = 4 , AD = 2 ,$$

$$\therefore \triangle ACD \text{的面积} : \triangle ABC \text{的面积为} 1 : 4 ,$$

$\therefore \triangle ACD$ 的面积: $\triangle ABD$ 的面积 = 1 : 3 ,

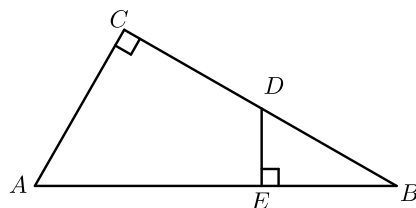
$\therefore \triangle ABD$ 的面积为 a ,

$\therefore \triangle ACD$ 的面积为 $\frac{1}{3}a$.

故选A .

【标注】【知识点】相似三角形的性质与判定综合

9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 5$, $BC = 12$, D 是 BC 的中点, 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于 E , 求 DE 的长 .



【答案】 $DE = \frac{30}{13}$.

【解析】 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 5$, $BC = 12$,

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 .$$

$\therefore$ 点 D 是线段 BC 中点 ,

$$\therefore BD = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 12 = 6 .$$

$\therefore DE \perp AB$,

$$\therefore \angle DEB = 90^\circ = \angle C .$$

$\therefore \angle B = \angle B$,

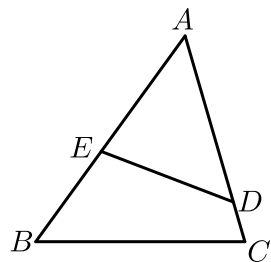
$$\therefore \triangle BDE \sim \triangle BAC .$$

$$\therefore \frac{DE}{AC} = \frac{BD}{BA} \text{ 即 } \frac{DE}{5} = \frac{6}{13} ,$$

$$\text{解得, } DE = \frac{30}{13} .$$

【标注】【知识点】相似反A字型

10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别是 AC 、 AB 边上的点, $\angle AED = \angle C$, $AB = 10$, $AD = 6$, $AC = 8$, 求 AE 的长 .



【答案】 $AE = 4.8$.

【解析】 $\because \angle A = \angle A, \angle AED = \angle C$,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$,

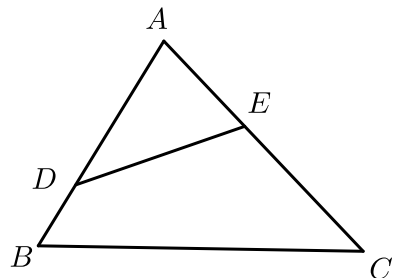
$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} ,$$

$$\text{即 } \frac{6}{10} = \frac{AE}{8} ,$$

$$\therefore AE = 4.8 .$$

【标注】【知识点】相似反A字型

11. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 6$, $AC = 8$, D 、 E 分别在 AB 、 AC 上, 连接 DE , 设 $BD = x$, ($0 < x < 6$) , $CE = y$ ($0 < y < 8$) .



(1) 当 $x = 2$, $y = 5$ 时, 求证: $\triangle AED \sim \triangle ABC$.

(2) 若 $\triangle ADE$ 和 $\triangle ABC$ 相似, 求 y 与 x 的函数表达式 .

【答案】 (1) 证明见解析 .

$$(2) y = \frac{4}{3}x \text{ (} 0 < x < 6 \text{)} \text{ 或 } y = \frac{3}{4}x + \frac{7}{2} \text{ (} 0 < x < 6 \text{)} .$$

【解析】 (1) $\because AB = 6$, $BD = 2$,

$$\therefore AD = 4 ,$$

$$\because AC = 8$$
 , $CE = 5$,

$$\therefore AE = 3 ,$$

$$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}\frac{AD}{AC} &= \frac{4}{8} = \frac{1}{2}, \\ \therefore \frac{AE}{AB} &= \frac{AD}{AC}, \\ \text{又} \because \angle DAE &= \angle BAC, \\ \therefore \triangle AED &\sim \triangle ABC.\end{aligned}$$

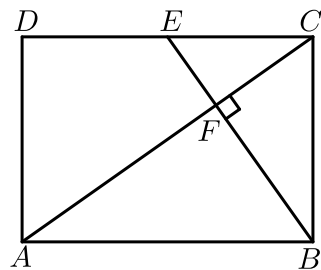
(2) 由题得 $\angle EAD = \angle BAC$, 故 $\triangle AED$ 和 $\triangle ABC$ 相似可去重后分为以下两种情况:

$$\begin{aligned}\text{①} \triangle ADE &\sim \triangle ABC, \text{ 则 } \frac{6-x}{6} = \frac{8-y}{8}, \\ \therefore y &= \frac{4}{3}x \quad (0 < x < 6). \\ \text{②} \text{若} \triangle ADE &\sim \triangle ACB, \text{ 则 } \frac{6-x}{8} = \frac{8-y}{6}, \\ \therefore y &= \frac{3}{4}x + \frac{7}{2} \quad (0 < x < 6).\end{aligned}$$

【标注】【知识点】相似三角形的性质与判定综合

三、射影定理

12. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $BE \perp AC$ 于 F , E 恰是 CD 的中点, 下列式子成立的是 ().



$$\begin{aligned}\text{A. } BF^2 &= \frac{1}{2}AF^2 \\ \text{C. } BF^2 &> \frac{1}{2}AF^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{B. } BF^2 &= \frac{1}{3}AF^2 \\ \text{D. } BF^2 &< \frac{1}{3}AF^2\end{aligned}$$

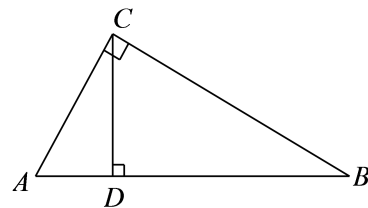
【答案】 A

【解析】 $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $BF \perp AC$,
 $\therefore$ 根据射影定理有 $BF^2 = AF \cdot FC$,
 又 $\because EC \parallel AB$, 点 E 为 DC 中点,
 $\therefore \frac{EC}{AB} = \frac{CF}{AF} = \frac{1}{2}$,
 $\therefore BF^2 = AF \cdot FC = \frac{1}{2}AF^2$.

【标注】【知识点】射影定理 (双垂直)

13.

如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ 于点 D ，若 $AC = 3$ ， $BD = 8$ ，则 $CD =$ _____。

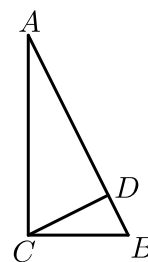


【答案】 $2\sqrt{2}$

【解析】 $\because \triangle ADC \sim \triangle ACB$ ，
 $\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{BD + AD}$ 即 $\frac{AD}{3} = \frac{3}{8 + AD}$ ，
 解 $AD = 1$ ，则 $BA = 9$ ，
 又 $\because \triangle ADC \sim \triangle BDC$ ，
 $\therefore \frac{AD}{CD} = \frac{CD}{BD} \Rightarrow CD^2 = AD \cdot BD = 8$ ，
 $\therefore CD = 2\sqrt{2}$ 。

【标注】【知识点】射影定理（双垂直）

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ 于 D 。若 $AD = 8$ ， $BD = 2$ ，则 $AC =$ _____。

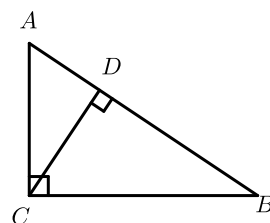


【答案】 $4\sqrt{5}$

【解析】 $\because AD = 8$ ， $BD = 2$ ，
 $\therefore AB = AD + BD = 10$ ，
 $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ ，
 $\therefore \triangle ADC \sim \triangle ACB$ ，
 $\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB}$ ，即 $\frac{8}{AC} = \frac{AC}{10}$ ，
 $\therefore AC = 4\sqrt{5}$ 。

【标注】【知识点】射影定理（双垂直）

15. 如图，若 CD 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 斜边 AB 上的高， $AD = 3\text{cm}$ ， $CD = 4\text{cm}$ ，则 $BC = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



【答案】 $\frac{20}{3}\text{cm}$

【解析】 在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中，由勾股定理可得 $AC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ，

根据题意易得 $\triangle ACD \sim \triangle ABC$ ，

$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{CD}{BC} ,$$

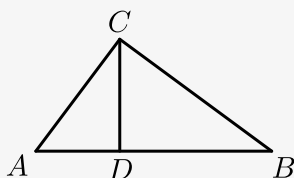
$$\therefore BC = \frac{20}{3}\text{cm} .$$

【标注】 【知识点】 射影定理（双垂直）

16. 已知 CD 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 斜边上的高，若 $AB = 25$ ， $BC = 15$ ，则 BD 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 9

【解析】 如图：



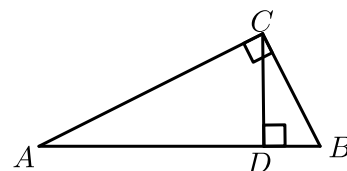
由射影定理得， $BC^2 = BD \cdot AB$ ，

$$\text{则 } BD = \frac{BC^2}{AB} = 9 .$$

故答案为：9。

【标注】 【知识点】 射影定理（双垂直）

17. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ 于 D 。若 AD 、 BD 是方程 $x^2 - 10x + 16 = 0$ 的两个根（ $AD > BD$ ）。求：



(1) CD 的长.

(2) $\frac{S_{\triangle BCD}}{S_{\triangle ABC}}$ 的值.

【答案】(1) CD 的长为 4.

$$(2) \frac{S_{\triangle BCD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{5}.$$

【解析】(1) 解方程 $x^2 - 10x + 16 = 0$,

$$\text{得: } x_1 = 2, x_2 = 8$$

$$\therefore AD = 8, BD = 2.$$

$\therefore CD \perp AB$ 于 D ,

$$\therefore \angle ADC = \angle CDB = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle A + \angle ACD = \angle ACD + \angle DCB,$$

$$\therefore \angle A = \angle DCB.$$

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 与 $\text{Rt}\triangle CDB$ 中, $\begin{cases} \angle ADC = \angle CDB = 90^\circ \\ \angle A = \angle DCB \end{cases}$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ADC \sim \text{Rt}\triangle CDB,$$

$$\therefore \frac{CD}{BD} = \frac{AD}{CD}, \text{ 即: } CD^2 = AD \cdot BD = 8 \times 2 = 16$$

$$\therefore CD = 4$$

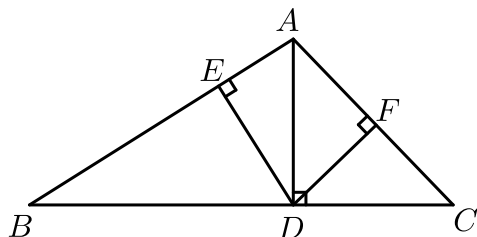
(2) 与(1)同法可证 $\text{Rt}\triangle ACB \sim \text{Rt}\triangle CDB$

$$\text{则 } \frac{S_{\triangle BCD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{BD^2}{BC^2} = \frac{BD^2}{CD^2 + BD^2} = \frac{2^2}{4^2 + 2^2} = \frac{1}{5}$$

$$\text{即: } \frac{S_{\triangle BCD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{5}.$$

【标注】【知识点】射影定理 (双垂直)

18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$, $DE \perp AB$, $DF \perp AC$, 垂足分别为点 D 、 E 、 F .



(1) 求证: $AD^2 = AE \cdot AB$.

(2) 连接 EF , 求证: $AE \cdot BC = EF \cdot AC$.

【答案】(1) 证明见解析.

(2) 证明见解析.

【解析】(1) $\because DE \perp AB, AD \perp BC$.

$$\therefore \angle AED = \angle BDA = 90^\circ.$$

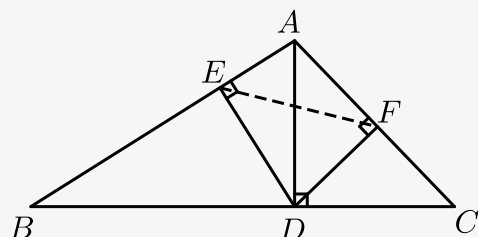
$$\text{又} \because \angle EAD = \angle DAB.$$

$$\therefore \triangle AED \sim \triangle ADB.$$

$$\therefore \frac{AE}{AD} = \frac{AD}{AB}.$$

$$\therefore AD^2 = AE \cdot AB.$$

(2)



$$\text{同(1)可得: } AD^2 = AF \cdot AC.$$

$$\therefore AE \cdot AB = AF \cdot AC.$$

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB}, \angle EAF = \angle CAB.$$

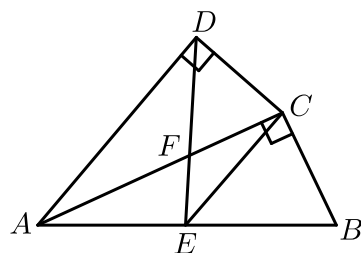
$$\therefore \triangle EAF \sim \triangle CAB.$$

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{EF}{CB}.$$

$$\therefore AE \cdot BC = EF \cdot AC.$$

【标注】【知识点】射影定理（双垂直）

19. 如图，四边形ABCD中，AC平分 $\angle DAB$ ， $\angle ADC = \angle ACB = 90^\circ$ ，E为AB的中点.



(1) 求证： $AC^2 = AB \cdot AD$.

(2) 求证： $CE \parallel AD$.

(3) 若 $AD = 4$ ， $AB = 6$ ，求 $\frac{AC}{AF}$ 的值.

【答案】(1) 证明见解析.

(2) 证明见解析.

$$(3) \frac{AC}{AF} = \frac{7}{4}.$$

【解析】(1) $\because AC$ 平分 $\angle DAB$,

$$\begin{aligned} \therefore \angle DAC &= \angle CAB, \\ \therefore \angle ADC &= \angle ACB = 90^\circ, \\ \therefore \triangle ADC &\sim \triangle ACB, \\ \therefore AD : AC &= AC : AB, \\ \therefore AC^2 &= AB \cdot AD. \end{aligned}$$

(2) $\because E$ 为 AB 的中点, $\angle ACB = 90^\circ$,

$$\begin{aligned} \therefore CE &= \frac{1}{2} AB = AE, \\ \therefore \angle EAC &= \angle ECA, \\ \therefore AC &\text{ 平分 } \angle DAB \\ \therefore \angle DAC &= \angle CAB, \\ \therefore \angle DAC &= \angle ECA, \\ \therefore CE &\parallel AD. \end{aligned}$$

(3) $\because CE \parallel AD$,

$$\begin{aligned} \therefore \triangle AFD &\sim \triangle CFE, \\ \therefore AD : CE &= AF : CF, \\ \therefore CE &= \frac{1}{2} AB, \\ \therefore CE &= \frac{1}{2} \times 6 = 3, \\ \therefore AD &= 4, \\ \therefore \frac{4}{3} &= \frac{AF}{CF}, \\ \therefore \frac{AC}{AF} &= \frac{7}{4}. \end{aligned}$$

【标注】【知识点】射影定理（双垂直）